



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

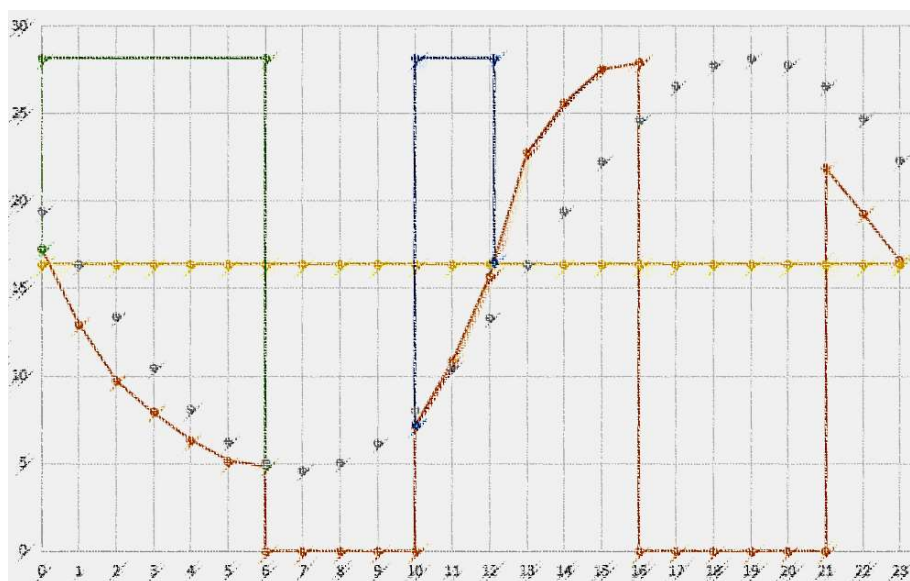
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Инженерная защита окружающей среды»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения лабораторной работы
**«ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ВНУТРЕННЕГО ВОЗДУХА
МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ»**
по дисциплине
**«ТЕХНОЛОГИИ ИНФОРМАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ (ТИМ)
СИСТЕМ ТЕПЛОГАЗОСНАБЖЕНИЯ И КЛИМАТЕХНИКИ»**

для бакалавров всех форм обучения по направлению подготовки
08.03.01 «Теплогазоснабжение и вентиляция»



Ростов-на-Дону
2024

УДК 697.24

Составители: А.Л. Тихомиров, А.П. Пирожникова

Методические указания для выполнения лабораторной работы «Определение температуры внутреннего воздуха методом последовательных приближений» по дисциплине «Технологии информационного моделирования (ТИМ) систем теплогазоснабжения и климатехники» для бакалавров всех форм обучения по направлению подготовки 08.03.01 «Теплогазоснабжение и вентиляция» / сост. А.Л. Тихомиров, А.П. Пирожникова. – Ростов-на-Дону: Донской гос. техн. ун-т, 2024. – 6 с.

Содержат сведения о численных методах. Рассмотрено решение задач нестационарного температурного поля и двумерно температурного поля. Наиболее актуальным является использование новых методов для оптимизации потребления тепловой энергии и прогнозирования параметров микроклимата в современных зданиях.

При проведении лабораторных работ предполагается их реализация в компьютерных классах кафедры, специально предназначенных для этого и обеспеченными соответствующим программным обеспечением.

Предназначены для бакалавров всех форм обучения по направлению подготовки 08.03.01 «Теплогазоснабжение и вентиляция»

УДК 697.24

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Ответственный за выпуск:
зав. кафедрой «Инженерная защита окружающей среды»
д-р техн. наук, В.И. Беспалов

В печать 7.06.2024 г.
Формат 60×84/16. Объем 0,4 усл. п. л.
Тираж 100 экз. Заказ № 737

Издательский центр ДГТУ
Адрес университета и полиграфического предприятия:
344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Доской государственный
технический университет, 2024

Введение

Целью лабораторной работы является определение температуры внутреннего воздуха путем сходимости итерационной последовательности к корню уравнения.

При проведении лабораторных работ предполагается их реализация в компьютерных классах кафедры, специально предназначенных для этого и обеспеченными соответствующим программным обеспечением.

Выполнение лабораторной работы позволит студентам познакомиться с методом последовательных приближений температуры внутреннего воздуха.

1. Кратное описание метода

Метод итерации – численный метод решения математических задач, используемый для приближённого решения алгебраических уравнений и систем. Суть метода заключается в нахождении по приближённому значению величины следующего приближения (являющегося более точным). Метод позволяет получить решение с заданной точностью в виде предела последовательности итераций.

Для нахождения корня уравнения используется: графический метод; качественное исследование уравнений; теорема о существовании корня у непрерывной функции. Рассмотрим нахождение корня уравнения подробнее.

Аналитические и численные методы решения уравнений математической физики в системах ОВиК представлены в [1].

2. Порядок выполнения лабораторной работы

1. Изучить теоретические сведения, необходимые для выполнения лабораторной работы;
2. Студенты должны предварительно выбрать свой вариант по номеру в списке в группе (таблица 1).
3. Включить компьютер, запустить программу Microsoft Excel.
4. После ознакомления с описанием лабораторной работы и программой в которой будет проводиться расчет следует убедиться в том, что программа и компьютер работают исправно (инженер лаборатории).
5. Необходимо до начала выполнения расчетов каждому студенту получить соответствующие инструкции по эксплуатации программы Microsoft Excel (инженер лаборатории, преподаватель).
6. Открыть программу Microsoft Excel (преподаватель).
7. Студенту необходимо самостоятельно, в соответствии со своим вариантом соответствующему номеру в списке в группе (см. таблица 1) начать расчет.

Таблица 1 – Исходные данные

Номер по порядку	$t_{om},$ °C	$t_{\theta},$ °C	$R,$ м ² °C/Вт	$F,$ м ²	$A,$ м ²	$q_{ном},$ Вт	n	$t_1,$ °C	$t_2,$ °C	ε
1.	-0,7	20	2,68	64	1,2	560	0,37	95	70	0,010
2.	-4,5	22	3,01	62	1,7	600	0,38	80	55	0,035
3.	-1,9	21	2,83	50	1,6	710	0,39	85	60	0,030
4.	-7,5	20	3,99	42	1,9	560	0,49	90	65	0,025
5.	-2,0	22	2,92	45	1,4	600	0,48	95	70	0,020
6.	-3,3	21	3,25	52	1,3	710	0,47	80	55	0,015
7.	-2,4	20	2,97	62	1,2	840	0,46	85	60	0,010
8.	-4,2	22	2,85	63	1,6	560	0,45	90	65	0,035
9.	-2,3	21	2,88	48	1,8	600	0,44	95	70	0,030
10.	-4,0	20	3,10	49	1,8	710	0,43	80	55	0,025
11.	1,3	22	2,81	40	1,1	840	0,42	85	60	0,020
12.	2,7	21	2,48	65	1,0	560	0,41	90	65	0,015
13.	-2,2	20	2,75	64	1,3	600	0,4	95	70	0,010
14.	-1,2	22	2,59	47	1,6	710	0,41	90	65	0,015
15.	-16	21	2,43	52	1,4	840	0,42	85	60	0,020
16.	-2,2	20	2,65	46	1,5	560	0,43	80	55	0,025
17.	-3,6	22	2,86	53	1,8	600	0,44	95	70	0,030
18.	-2,4	21	3,27	42	1,3	710	0,45	90	65	0,035
19.	-5,4	20	3,04	50	1,7	840	0,46	85	60	0,010
20.	-1,2	22	2,98	63	1,6	560	0,47	80	55	0,015
21.	0,0	21	2,57	58	1,2	600	0,48	95	70	0,020
22.	-2,0	20	3,02	43	1,5	710	0,49	90	65	0,025
23.	-3,2	22	3,14	66	1,4	840	0,39	85	60	0,030
24.	-2,6	21	3,27	57	1,7	710	0,38	80	55	0,035
25.	-3,5	20	3,31	42	1,9	840	0,37	95	70	0,010

Все приведенные ниже формулы заносятся в ячейки программы Microsoft Excel, пример занесения данных представлен на рисунок 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	X	X2n+1								
2	-26	63,11452	89,11	ЛОЖЬ						0,05
3	-19,7145	56,45265	76,17	ЛОЖЬ						0,05
4	-8,72428	45,19734	53,92	ЛОЖЬ						0,05
5	-1,35721	37,94711	39,30	ЛОЖЬ						0,05
...										
24	19,05749	19,21099	0,15	ЛОЖЬ						0,05
25	19,07823	19,19304	0,11	ЛОЖЬ						0,05
26	19,09375	19,17962	0,09	ИСТИНА						0,05

Рисунок 1 – Пример заполнения данных

На основе метода последовательных приближений рассмотрим в качестве примера, иллюстрирующего данный метод. Представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 t_{\theta} &= 45 \cdot ((82,5 - t_{\theta})/70)^{1,4} - 20 \\
 \Delta t_{cp.} &= 0,5(t_r + t_{o\theta}) - t_B \\
 (t_B - t_H) F/R &= A q_{ном} (\Delta t_{cp.} / t_{o\theta})^{1+n} \\
 (t_B + 20) 50/2,5 &= 1,5 \cdot 600 \cdot ((82,5 - t_B)/70)^{1,4}
 \end{aligned}$$

Роль функции $\varphi(x)$ в нем играет $45 \cdot ((82,5 - t_6)/70)^{1,4} - 20$. Это – дифференцируемая функция, которая имеет производную на отрезке $[10, 25]$. $|\varphi'(x)| = 0,9((82,5 - t_6)/70)^{0,4} \leq 0,9((82,5 - 10)/70)^{0,4}$

Таким образом, функция удовлетворяет на отрезке $[10, 25]$ условию Липшица с постоянной $\alpha = 0,9((82,5 - 10)/70)^{0,4} < 0,912722$.

Результаты вычислений по рекуррентной формуле, которая в нашем случае принимает вид $x_{n+1} = 45 \cdot ((82,5 - x_n)/70)^{1,4} - 20$, даны в табл.2. За нулевое приближение была выбрана средняя точка отрезка $x_0 = 17,5$.

Для удобства анализа итерационной последовательности ее члены расположены по два в строке. В результате образовались столбцы членов с четными и нечетными номерами. Сравнивая их между собой, видим, что четные члены меньше нечетных: итерационная последовательность скачет то вверх, то вниз. С возрастанием номера четные члены возрастают, а нечетные – убывают, приближаясь друг к другу. Такое поведение последовательности означает, что корень уравнения лежит между четными и нечетными итерациями, первые дают его значение с недостатком, вторые - с избытком. Это позволяет легко контролировать точность, достигнутую после любого числа итераций: погрешность, не превышает разности между последними вычислениями нечетным и четным членами.

Таблица 2

n	X_{2n}	X_{2n+1}
0	17,5	20,56523134
1	17,91260145	20,20519447
2	18,22150871	19,93624264
3	18,45273279	19,73526403
4	18,62577857	19,58504337
5	18,75526581	19,47274218
6	18,85214805	19,38877819
7	18,92462892	19,3259953
8	18,97885068	19,27904717
9	19,01941101	19,24393831
10	19,04975081	19,21768218
11	19,0724448	19,19804602
12	19,08941941	19,18336044
13	19,10211583	19,17237717
14	19,11161219	19,16416274

Остановить процесс вычисления на 29-й итерации и написать для корня c двойное неравенство:

$$x_{28} = 19,11161219 < c < x_{29} = 19,16416274,$$

т.е. члены итерационной последовательности x_{28} и x_{29} определяют c с недостатком и избытком с погрешностью, которая не превышает разность $x_{28} - x_{29}$:

$$\varepsilon < \Delta_{29} = x_{28} - x_{29} < 0,05.$$

Точность, которой мы достигли после 29 итераций, оказалась несколько ниже, чем после 9 шагов в методе вилки. Причина такого различия ясна. В

обоих методах погрешность убывает по закону геометрической прогрессии. Для метода вилки знаменатель прогрессии равен $\frac{1}{2}$, он не зависит от вида функции $f(x)$. Для метода итераций знаменатель равен α – постоянная Липшица функции $\varphi(x)$. В рассматриваемом примере $\alpha > 1/2$, поэтому сходимость итераций медленнее сходимости метода вилки. Это означает, что метод итераций имеет преимущество перед методом вилки с точки зрения скорости сходимости только в том случае, когда $\alpha < 1/2$.

8. На основании полученных результатов оформить отчет, на формате А5 и распечатать.

3. Выводы по выполненной работе

На основе полученных данных сделать вывод о результатах применения метода последовательных приближений для определения температуры внутреннего воздуха.

4. Литература

1. Аналитические и численные методы решения уравнений математической физики
<https://pandia.ru/text/78/451/28259.php?ysclid=lth1rbg49512392392> (дата обращения 02.04.2024)
2. Пирумов У. Численные методы. Учебное пособие для студентов втузов. – Litres, 2022.
3. Чайковская О. Н., Сюсина О. М. Численные методы и математическое моделирование.
4. Клунникова М. М. Развитие вычислительного мышления студентов в процессе обучения дисциплине «Численные методы»: дис. – Сибирский федеральный университет, 2020.
5. Добронев Б. С., Попова О. А. Вычислительный вероятностный анализ: модели и методы. – 2020.